Model Politomi dalam Teori Respons Butir

Wahyu Widhiarso | Fakultas Psikologi UGM

Tahun 2010

Daftar Isi

A. Model Respons Bergradasi

***Graded Response Model* (GRM)**

Model GRM sangat tepat untuk digunakan untuk butir yang memiliki respons kategorikal seperti skala Likert. Model GRM tidak menghendaki kesamaan jumlah kategori respons antar butir. Hal ini tidak berlaku untuk model skala rating untuk dijelaskan pada bagian selanjutnya. Model GRM merupakan perluasan Model 2-PL dimana setiap kategori respons pada butir diperlakukan layaknya butir dikotomi sehingga kurva probabilitas jumlahnya sebanyak jumlah kategori responss.

1. Persamaan

Ada dua jenis pendekatan di dalam model politomi IRT, pertama adalah pendekatan tidak langsung (*indirect*) dan kedua adalah pendekatan langsung (*direct*). Jenis pendekatan langsung adalah sebelum memasuki persamaan utama untuk melihat fungsi respons kategori (*category response functions*/CRF), kita harus melihat fungsi karakteristik operasi (*operating characteristic functions*/OCF) tiap kategori terlebih dahulu. Model GRM dan M-GRM termasuk dalam pendekatan tidak langsung. Jadi dalam model ini kita harus mendapatkan OCF dulu untuk bahan dasar membuat CRF.

OCF dalam GRM diwujudkan dalam persamaan di bawah ini. Artinya dalam sebuah butir i dengan *nilai lereng (slope)* α_i pada *kategori j* dengan *lokasi butir* β_{ij} , maka probabilitas *individu n* dengan *level trait* sebesar θ adalah sebagai berikut.

$$P_{ix}^{*}(\theta) = \frac{\exp(\alpha_i(\theta_n - \beta_{ij})}{1 + \exp\,(\alpha_i(\theta_n - \beta_{ij})} \tag{1}$$

Keterangan :

α_i = parameter lereng (slope)

β_{ij} = ambang batas (threshold) pada item i pada kategori j

θ = level trait

Persamaan tersebut seperti halnya model 2PL namun lebih spesifik, yaitu dalam butir *i* terdapat sejumlah *j kategori* yang masing-masing diestimasi secara terpisah. Nilai *lereng* *(α_i)* semua kategori dalam satu butir disamakan.

Embretson dan Reise (2000) menamakannya dengan *category response curves* (CRCs) yang mewakili probabilitas individu dalam menanggapi dalam kategori tertentu yang tergantung pada level traitnya.

OCF tidak dapat dipakai untuk melihat perbandingan probabilitas tiap kategori butir, oleh karena itu kita perlu untuk meneruskan langkah kita dengan menghitung CRF butir. CRF untuk setiap kategori dinyatakan dengan persamaan berikut :

$$\mathrm{P_{ij}}(\theta) = \mathrm{P_{ij}^{*}}(\theta) - \mathrm{P_{i(j+1)}^{*}}(\theta) \tag{2}$$

Dengan ketentuan bahwa

$$\mathrm{P_{i0}^{*}}(\theta) = 1 \text{ dan } \mathrm{P_{i(j+1)}^{*}}(\theta) = 0$$

Keterangan :

$P_{ix}(\theta)$ = probabilitas *item-i* untuk kategori *ke-j*

$P_{ix}^{*}(\theta)$ = probabilitas *item-i* untuk kategori yang lebih awal

$P_{i(x+1)}^{*}(\theta)$ = probabilitas *item-i* untuk kategori yang lebih akhir

Persamaan di atas diberlakukan pada semua kategori dalam butir. Dengan menetapkan bahwa $P_{ix}(\theta)$ terendah adalah 1 sedangkan $P_{ix}(\theta)$ tertinggi sama dengan 0 maka didapatkan sejumlah kurva probabilitas *category response curves* seperti pada Gambar 1. Terlihat bahwa probabilitas katagori paling awal $P_{i0}(\theta)$ ditetapkan dengan nilai 0 dan kategori di atas kategori tertinggi $P_{i(x+1)}(\theta)$ sama dengan 1. Jika sebuah butir dengan tiga kategori, maka kita perlu membuat satu kategori bayangan yang nilainya adalah 1. Ilustrasi di bawah ini akan membuat gambaran kita lebih jelas.

Misalnya ada *butir 1 (i=1)* dengan 3 *kategori (j=1,2,3)*, maka CRF berdasarkan persamaan di atas kita jabarkan menjadi 3 probabilitas, antara lain :

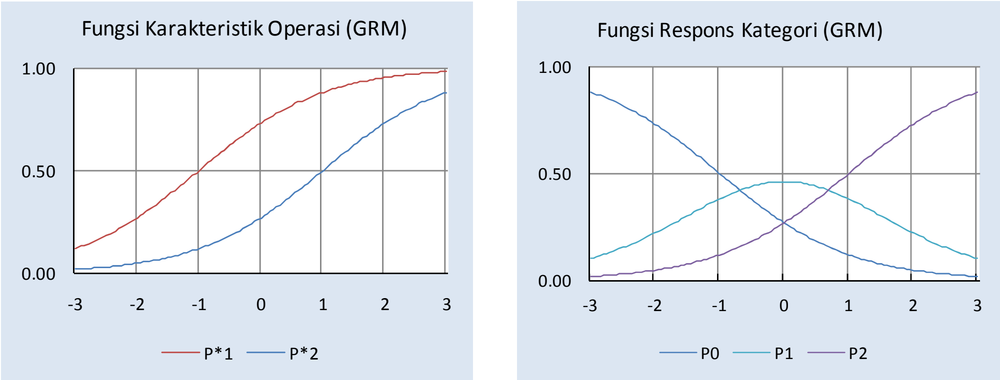
Kategori 0 : $\mathrm{P_{10}}(\theta) = 0 - \mathrm{P_{i1}^{*}}(\theta) = 0 - \frac{\exp(\alpha_1(\theta_n - \beta_{11})}{1 + \exp\,(\alpha_1(\theta_n - \beta_{11})}$

Kategori 1 : $\mathrm{P_{11}}(\theta) = \mathrm{P_{i1}^{*}}(\theta) - \mathrm{P_{i2}^{*}}(\theta) = \frac{\exp(\alpha_1(\theta_n - \beta_{11})}{1 + \exp\,(\alpha_1(\theta_n - \beta_{11})} - \frac{\exp(\alpha_1(\theta_n - \beta_{12})}{1 + \exp\,(\alpha_1(\theta_n - \beta_{12})}$

Kategori 2 : $\mathrm{P_{12}}(\theta) = \mathrm{P_{i3}^{*}}(\theta) - 1 = \frac{\exp(\alpha_1(\theta_n - \beta_{12})}{1 + \exp\,(\alpha_1(\theta_n - \beta_{12})} - 1$

2. Grafik

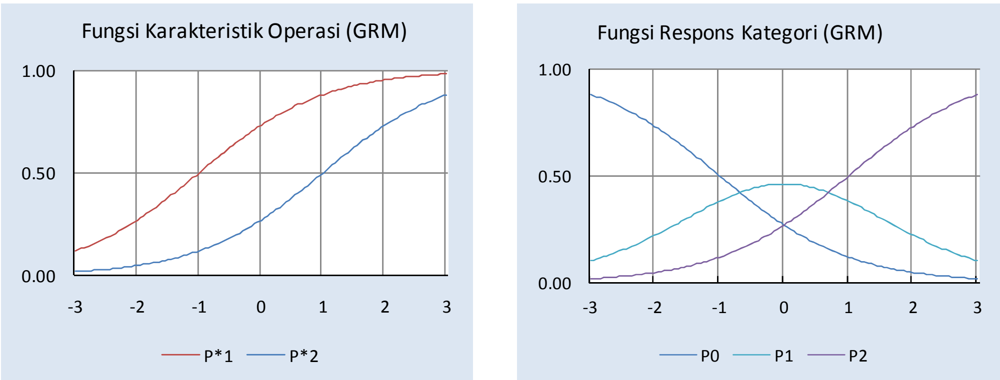
Dengan menerapkan persamaan di atas kita akan mendapatkan gambar kurva seperti pada Gambar 1.



α_i =1; β_{i1} = -1; β_{i2} = 1

Gambar 1. Contoh OCF dan CRF pada butir dengan tiga kategori

Parameter item dalam GRM menentukan lereng dan lokasi kategori respons kurva dan karakteristik kurva. Lereng bukan menunjukkan daya diskriminasi seperti halnya pada politomi. Lereng nantinya akan berkaitan dengan fungsi informasi butir.



α_i =1; β_{i1} = -1; β_{i2} = 1

Gambar 2. Contoh OCF dan CRF pada butir dengan tiga kategori

B. Model Modifikasi Respons Bergradasi

(Modified Graded Response Model/M-GRM)

M-GRM memfasilitasi penggunaan kuesioner dengan format skala rating, misalnya, kuesioner sikap yang semua item memiliki jumlah kategori respons yang sama (Muraki, 1990). M-GRM adalah model GRM yang lebih terbatas (*restricted*) karena menghendaki semua kategori memiliki jarak yang sama, berbeda dengan GRM yang membolehkan jarak kategori yang berbeda. Hal ini juga terlihat dari parameter yang diestimasi pada M-GRM lebih banyak dibanding pada GRM (Embretson & Reise, 2000). Dalam M-GRM lokasi butir dan nilai ambang dipisah sehingga jumlah parameternya lebih banyak dibanding dengan GRM.

Jika instrumen pengukuran berisi butir dengan format respons yang berbeda, maka GRM ini lebih mudah diterapkan dalam praktek relatif terhadap M-GRM. Jika M-GRM diaplikasikan pada butir dengan jumlah kategori jawaban yang berbeda, maka item dengan format yang sama harus dimasukkan dalam satu blok yang berbeda dengan blok lainnya. Misalnya butir 1 hingga 5 berisi kategori respons dari "*sangat tidak sesuai*" hingga "*sangat sesuai*" akan tetapi butir 6 hingga 10 berisi kategori respons dari "*tidak pernah*" hingga "*selalu*". Dengan kasus ini butir 1 hingga 5 dimasukkan satu blok sedangkan butir 6 hingga 10 dimasukkan dalam satu blok lainnya.

Kategori dan parameter butir diestimasi pada tiap blok. Ketika analisis butir dengan memperlakukan setiap butir sebagai blok tersendiri maka estimasi parameter hampir persis sama seperti untuk GRM (Embretson & Reise, 2000).

1. Persamaan

Kesamaan M-GRM dan GRM adalah pada lereng yang maknanya sama antara M-GRM dan GRM, yang menunjukkan seberapa cepat skor item yang diharapkan berubah dengan perubahan level trait. Perbedaan antara GRM dan M-GRM adalah bahwa dalam GRM, parameter *ambang batas kategori* (β_{ij}) diestimasi untuk setiap item skala, sedangkan dalam satu M-GRM set kategori parameter *ambang batas (cj)* diestimasi untuk skala secara keseluruhan, dan satu *lokasi parameter (bi)* disetimasi untuk setiap item.

Pada M-GRM, antara parameter ambang batas kategori (βij) yang ada di dalam persamaan GRM, dibagi menjadi dua jenis, yaitu *parameter lokasi (βi)* untuk setiap item, dan satu set parameter *ambang batas kategori (τj)* untuk seluruh skala dengan persamaan $\beta_{ij} = \beta_i + \tau_j$. Satu keuntungan dari ini adalah bahwa parameter *lokasi butir (βi)* dapat digunakan untuk mengurutkan butir-butir sesuai dengan tingkat kesulitannya. Selain itu, parameter *ambang batas kategori (τj)* memberikan perkiraan jarak psikologis antara titik skala yang tidak dipengaruhi dari parameter item (Muraki, 1990, dalam Embretson & Reise, 2000).

Sama seperti GRM, M-GRM merupakan model tidak langsung sehingga untuk mengidentifikasi probabilitas padai tiap kategori kita awali dulu dari membuat OCF kemudian melanjutkannya dengan membuat CRF. OCF dalam GRM diwujudkan dalam persamaan di bawah ini.

Dalam sebuah butir *i* dengan *nilai lereng (slope)* α_i dan *lokasi butir* β_i, pada kategori *j* dengan *nilai ambang kategori* sebesar $\tau_j$maka probabilitas *individu* ke-*n* dengan *level trait* sebesar θ adalah sebagai berikut.

$$P_{ix}{}^{*}(\theta) = \frac{\exp\left(\alpha_i(\theta_n - \beta_i + \tau_j)\right)}{1 + \exp\left(\alpha_i(\theta_n - \beta_i + \tau_j)\right)} \qquad (3)$$

Keterangan :
α_i = parameter lereng
β_i= lokasi butir *i* pada kategori *j*
τ_j = ambang kategori (*category threshold*)

Persamaan di atas menunjukkan bahwa dalam satu butir *i* hanya ada satu jenis parameter *lereng (slope)* α_i dan *lokasi butir* β_i. Kita juga bisa mengetahuinya dari hanya satu simbol *i* saja di dalam kedua parameter tersebut. Di sisi lain dalam satu butir ada sejumlah *nilai ambang j* yang disimbolkan dengan τ_j.

Sama seperti dengan GRM, kita perlu melanjutkan langkah kita untuk menghitung CRF pada tiap kategori. CRF untuk setiap kategori pada M-GRM dinyatakan dengan persamaan berikut :

$$P_{ij}(\theta) = P^{*}_{ij}(\theta) - P^{*}_{i(j+1)}(\theta) \qquad (2)$$

Dengan ketentuan bahwa

$$P_{i0}^{*}(\theta) = 1 \text{ dan } P_{i(j+1)}^{*}(\theta) = 0$$

Keterangan :

$P_{ix}(\theta)$ = probabilitas *item-i* untuk kategori *ke-j*

$P_{ix}^{*}(\theta)$ = probabilitas *item-i* untuk kategori yang lebih awal

$P_{i(x+1)}^{*}(\theta)$ = probabilitas *item-i* untuk kategori yang lebih akhir

Misalnya ada *butir 1 (i=1)* dengan 3 *kategori (j=1,2,3)*, maka CRF berdasarkan persamaan di atas kita jabarkan menjadi 3 probabilitas, antara lain :

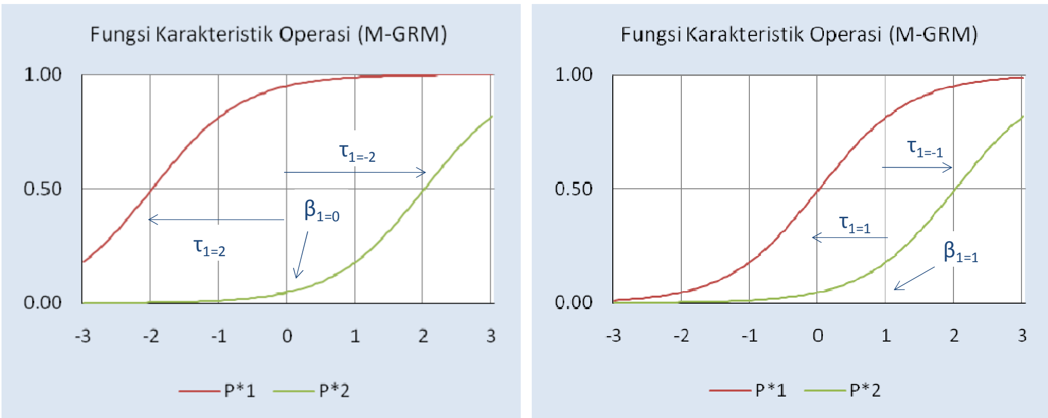
Kategori 0 : $$P_{10}(\theta) = 0 - P_{i1}^{*}(\theta) = 0 - \frac{\exp(\alpha_1(\theta_n - \beta_1 - \tau_1)}{1+\exp\,(\alpha_1(\theta_n - \beta_1 - \tau_1)}$$

Kategori 1 : $$P_{11}(\theta) = P_{i1}^{*}(\theta) - P_{i2}^{*}(\theta) = \frac{\exp(\alpha_1(\theta_n - \beta_1 - \tau_1)}{1+\exp\,(\alpha_1(\theta_n - \beta_1 - \tau_1)} - \frac{\exp(\alpha_1(\theta_n - \beta_1 - \tau_2)}{1+\exp\,(\alpha_1(\theta_n - \beta_1 - \tau_2)}$$

Kategori 2 : $$P_{12}(\theta) = P_{i3}^{*}(\theta) - 1 = \frac{\exp(\alpha_1(\theta_n - \beta_1 - \tau_2)}{1+\exp\,(\alpha_1(\theta_n - \beta_1 - \tau_2)} - 1$$

2. Grafik

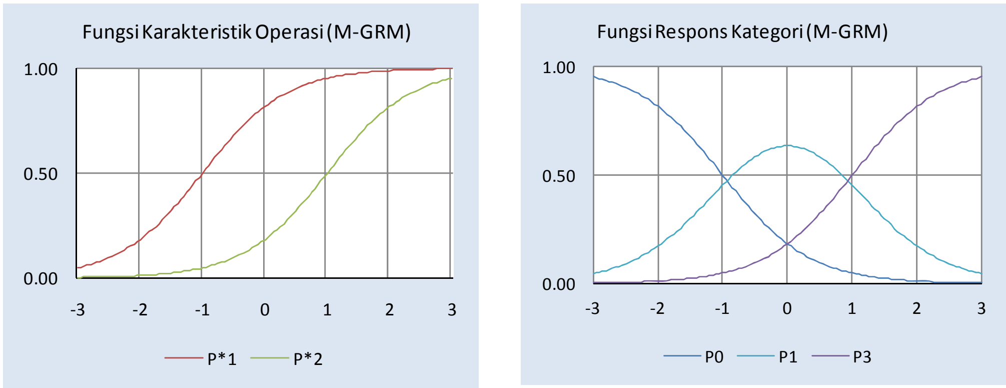
Gambar 3 menunjukkan fungsi karakteristik operasi (OCF) dengan nilai parameter yang berbeda. Pada kedua sub-gambar XP (a) *nilai lokasi butir (β)* sebesar 0 dan pada sub-gambar (b) sebesar 1. Nilai lokasi butir menunjukkan titik tengah garis-garis probabilitas butir. Nilai β_i sebesar 0 menyebabkan garis-garis memusat di titik 0 (lihat gambar bagian kiri), sedangkan nilai β_i sebesar 1 akan menyebabkan garis-garis memusat di titik 1 (lihat gambar bagian kanan).



$\beta_1=0$; $\tau_1 = 2$; $\tau_2 = -2$ $\beta_1=1$; $\tau_1 = 1$; $\tau_2 = -1$

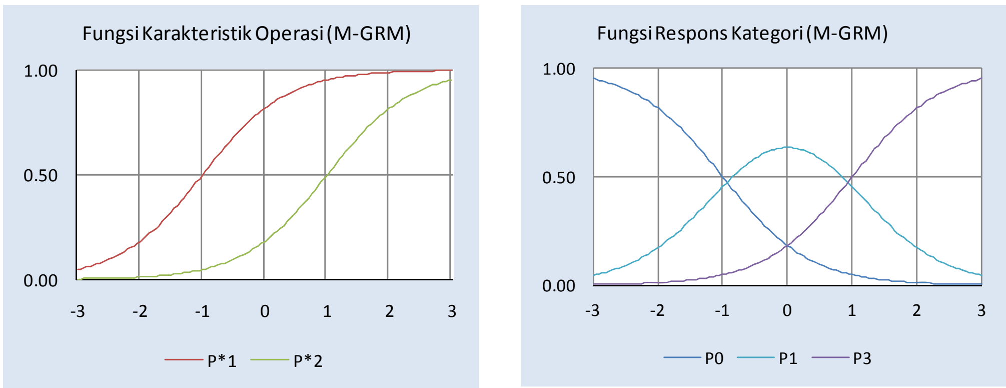
Gambar 3. Contoh OCF dan CRF pada butir dengan tiga kategori

Di sisi lain nilai *ambang kategori* (τ_{ij}) menunjukkan jarak antara lokasi butir β_i dengan tengah-tengah garis tiap kategori. Misalnya pada sub Gambar 3 sebelah kiri, masing-masing *ambang kategori* nilainya adalah τ_1= 2 dan τ_2 = -2. Konsekuensi dari nilai ini menyebabkan jarak tengah garis kategori 2 adalah poin dari nilai *lokasi butir* β_i =0. Grafik OCF dalam M-GRM memang agak kebalik dengan kebiasaan kita, *nilai ambang* τ_1 yang negatif bergerak ke kanan sedangkan *nilai ambang* τ_1 yang positif bergerak ke kiri. Gambar 4 berikut ini menunjukkan contoh-contoh OCF dan CRF pada M-GRM.



α_i =1; β_i = 1; τ_1 = 1 ; τ_2=-1

Gambar 4. Contoh OCF dan CRF pada butir dengan tiga kategori



α_i =1; β_i = 1; τ_1 = 1 ; τ_2=-1

Gambar 5. Contoh OCF dan CRF pada butir dengan tiga kategori

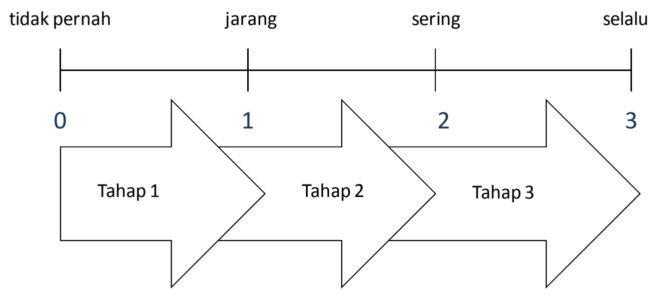
C. Model Kredit Parsial

***Partial Credit Model* (PCM)**

Ketika mengikuti kuliah statistika di kelas almarhum Prof Sutrisno Hadi, semua mahasiswa diberi tahu kalau penilaian ujian didasarkan pada tahap-tahap yang dapat diselesaikan mahasiswa. Misalnya ujian mengenai ANOVA, meski hanya menyelesaikan tahap awal saja (masih tahap menghitung rerata dan deviasi standar skor) kita sudah mendapatkan nilai. Nilai tertinggi tentu saja didapatkan ketika kita telah menyimpulkan apakah ada perbedaan yang signifikan pada variabel yang diuji.

Prosedur penilaian di atas sebenarnya sama dengan bagaimana individu merespon butir dalam skala psikologi. Misalnya sebuah butir yang menyediakan empat kategori respons dari '*tidak pernah*', '*jarang*', dan '*sering*' analog dengan tahap penyelesaian soal. Menyelesaikan soal cuma sampai mencari rerata analog dnegan kategori '*tidak pernah*' sedangkan kalau sudah sampai ke kesimpulan tahap akhir, analog dengan kategori '*sering*'.

Gambar 6 menunjukkan satu butir dengan 4 kategori respons dari. Gambar tersebut dapat dimaknai sebagai tahap-tahap seorang individu dalam merespons skala yang dimulai dari kategori tidak pernah hingga kategori respons yang sesuai dengannya. Asumsi ini kemudian dikembangkan menjadi Model PCM. Ketika kita mengasumsikan bahwa sebuah butir mengikuti pola kredit parsial maka trait/abilitas individu lebih tinggi diharapkan memiliki skor yang lebih tinggi daripada individu yang memiliki trait/abilitas rendah.



Gambar 6. Memaknai skala sebagai tahapan penyelesaian butir

PCM pada awalnya dikembangkan untuk menganalisis butir tes yang memerlukan beberapa langkah penyelesaian. Kredit secara parsial dapat diberikan pada langkah-langkah yang dapat diatasi oleh individu. Model PCM cocok untuk dikenakan pada tes prestasi. Misalnya soal hitungan fisika yang membutuhkan tahap identifikasi permasalahan hingga solusi akhir. PCM ini juga sangat sesuai untuk menganalisis respons skala kepribadian yang bersifat *multi-point scale* (Masters & Wright, 1996, dalam Embretson & Reise, 2000).

PCM merupakan pengembangan dari Model 1-PL dan masuk ke dalam keluarga Model Rasch. Model dikotomi sederhana dalam Model Rasch merupakan kasus khusus dari PCM. Hasil analisis yang menunjukkan PCM fit dengan data dapat dipastikan fit pula dalam model dikotomi. Model dikotomi dan PCM dapat dikatakan campuran dalam satu analisis. (Wu & Adams, 2007).

1. Persamaan

PCM merupakan pengembangan dari Model Rasch butir dikotomi yang diterapkan pada butir politomi. Model Rasch butir dikotomi yang hanya berisi satu parameter lokasi butir kemudian dikembangkan dengan menjabarkan lokasi butir menjadi beberapa kategori. Pengembangan ini dinamakan dengan *karakteristik fungsi operasi* (*operating characteristic functions*/OCF) yang didefinisikan dengan persamaan berikut (Engelhard, 2005).

$$P_{i1}(\theta) = \frac{P_{i1}(\theta)}{P_{i0}(\theta)+P_{i1}(\theta)} = \frac{\exp(\theta_n-\delta_{i1})}{1+\exp(\theta_n-\delta_{i1})} \qquad (12)$$

Keterangan :
θ_n= level trait individu (lokasi trait individu pada kontinum trait laten)
δ_{i1}= parameter lokasi butir (menunjukkan probabilitas memperoleh skor 0 dan 1 sama).

OCFs menjadi prototipe pengembangan Model Rasch untuk butir politomi. Jika i adalah butir politomi dengan kategori skor, 0, 1, 2 ..., m_i, maka probabilitas dari individu n skor x pada butir i yang nantinya digambarkan dalam *category response function* (CRF) diwujudkan dalam persamaan berikut.

$$P_{ix}(\theta) = \frac{\exp\left[\sum_{j=0}^{x}(\theta_n-\delta_{ij})\right]}{\sum_{r=0}^{m_i}\left[\exp\left[\sum_{j=0}^{x}(\theta_n-\delta_{ij})\right]\right]} \qquad (12)$$

Keterangan :
θ_n= level trait individu (lokasi trait individu pada kontinum trait laten)
δ_{ij}= persimpangan garis antar kategori (*j*) pada butir (*i*).

Persamaan di atas dapat dijabarkan berdasarkan jumlah kategori di dalam butir. Misalnya sebuah skala memiliki 3 kategori dengan skor 0,1, dan 2. Maka kita dapatkan kategori (j) sebanyak 3 buah persamaan yang probabilitas individu pada tiap kategori.

Probabilitas pada kategori 0 $$\mathrm{P_{i0}}(\theta)=\frac{1}{1+\exp(\theta_n-\delta_{i1})+\exp[(\theta_n-\delta_{i1})+(\theta_n-\delta_{i2})]}$$

Probabilitas pada kategori 1 $$\mathrm{P_{i0}}(\theta)=\frac{\exp(\theta_n-\delta_{i1})}{1+\exp(\theta_n-\delta_{i1})+\exp[(\theta_n-\delta_{i1})+(\theta_n-\delta_{i2})]}$$

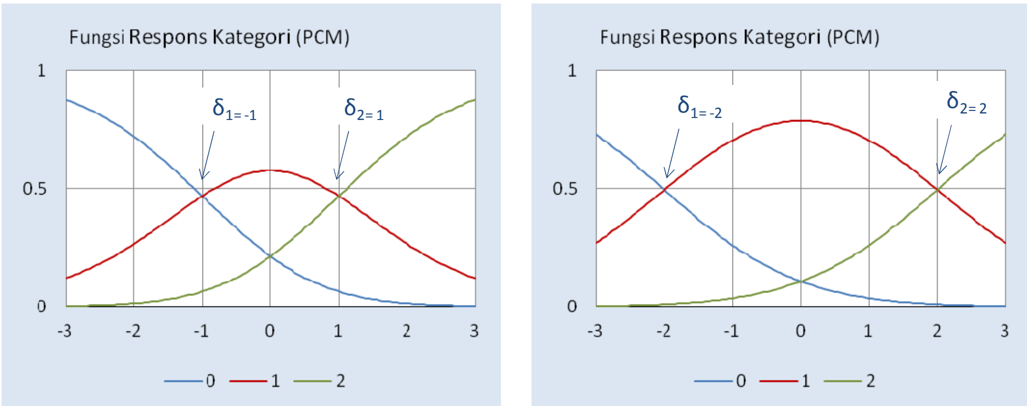
Probabilitas pada kategori 2 $$\mathrm{P_{i0}}(\theta)=\frac{\exp(\theta_n-\delta_{i1})+\exp(\theta_n-\delta_{i2})}{1+\exp(\theta_n-\delta_{i1})+\exp[(\theta_n-\delta_{i1})+(\theta_n-\delta_{i2})]}$$

Probabilitas pada kategori 0 terlihat ada angka 1 pada bagian penyebut. Hal ini dikarenakan dalam PCM mensyaratkan persamaan berikut.

$$\sum_{j=0}^{0}(\theta-\delta_{ij})=1$$

2. Grafik

Gambar 7 menunjukkan fungsi karakteristik operasi (OCF) dengan nilai parameter yang



δ_1=-1 ; δ_2=1 δ_1=-2 ; δ_2=2

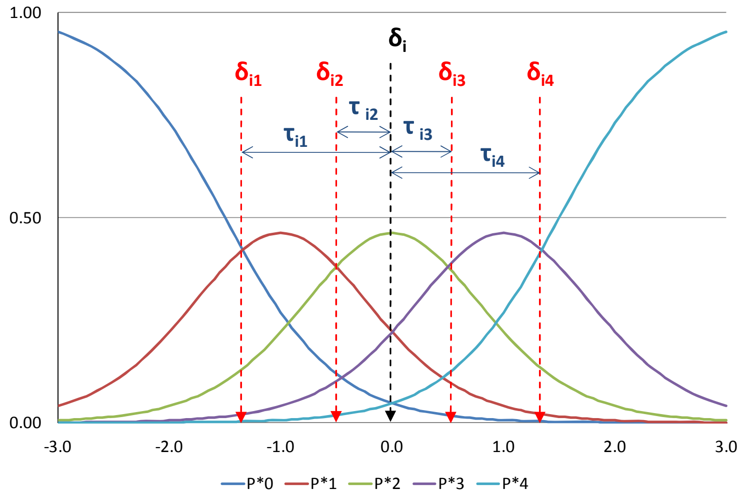
Gambar 7. Contoh OCF dan CRF pada butir dengan tiga kategori

3. Menginterpretasikan parameter δ_{ij}

Banyak terminologi yang dipakai untuk menjelaskan δ_{ij} antara lain *parameter tahap* (*step parameters*), *kesulitan tahap* (*item step difficulties*) atau *perpotongan kategori* (*category intersections*) (du Toit, 2003). δ_{ij} menunjukkan titik pertemuan dua garis probabilitas kategori dalam satu butir. Persamaan di atas menunjukkan probabilitas individu dalam merespons kategori *x* pada tahap *mi* merupakan selisih antara *level trait (θ)* dan parameter *persimpangan kategori* (δ_{ij}). Dengan kata lain, parameter persimpangan kategori dapat dianggap sebagai *tingkat kesulitan tahap* yang berkaitan dengan transisi dari satu kategori ke kategori berikutnya, dan ada kesulitan langkah mi (persimpangan) untuk item dengan mi + 1 kategori jawaban (Embretson & Reise, 2000). Perlu dicatat bahwa nilai δ_{ij} tidak selalu harus berurutan pada butir *i* karena merupakan besaran yang relatif dari dari dua probabilitas yang berdekatan. Selanjutnya, ketika misalnya probabilitas individu $\mathrm{P_{i1}}(\theta)$ dan $\mathrm{P_{i2}}(\theta)$adalah sama, nilai-nilai δ_{ij} juga menjadi sama (Muraki, 2003).

δ_{ij} juga dapat diinterpretasikan sebagai titik pada skala sifat laten dimana dua kategori yang berturutan kurva respons berpotongan sehingga dinamakan persimpangan kategori (*category response curves intersect*). δ_{ij} merupakan titik dimana dua kategori memiliki probabilitas yang sama untuk dipilih oleh level trait yang terkait (Linacre, 2006)

Karena merupakan perpotongan dua garis kategori, maka memaknai δ_{ij} akan lebih mudah jika melihat langsung dalam kurva karakteristik butir (*item characteristics curve/ICC*). Terlihat pada Gambar 8 ada dua titik perpotongan antar garis, yaitu garis kategori 0 dan kategori 1 ditandai dengan δ_{i1} dan perpotongan antar garis, yaitu garis kategori 0 dan kategori 1 ditandai dengan δ_{i2}.



Gambar 8. Memaknai skala sebagai tahapan penyelesaian butir

Di sisi lain δ_{ij} tidak menunjukkan tingkat kesukaran untuk sukses di tahap kedua atau untuk mencapai skor 2, akan tetapi lebih menunjukkan tingkat kesulitan butir untuk tahap kedua yang independen dengan tahap-tahap sebelumnya (Wu & Adams, 2007).

Dalam PCM semua item yang dianggap memiliki lereng yang setara pada semua kategori sehingga istilah ini muncul dalam pembahasan mengenai PCM. δ_{ij} dalam model ini tidak menunjukkan individu mempunyai probabilitas sebesar 0.50 dalam menanggapi kategori di atas ambang batas sebagaimana halnya parameter b_{ij} lakukan dalam GRM tersebut, namun lebih menunjukkan *tingkat kesulitan relatif* pada tiap tahap. δ_{ij} lebih menunjukkan posisi dimana dalam *latent-trait continuum* kategori respons berpotongan sehingga trait individu lebih cenderung ke tahap selanjutnya dibanding tahap sebelumnya.

Jika kita memaksa untuk menginterpretasikan δ_{ij} sebagai tingkat kesukaran butir maka cara menginterpretasikannya adalah sebagai berikut. Untuk δ_{i1} berdasarkan pada Gambar 8 kita menemukan bahwa individu yang memiliki tingkat abilitas di bawah δ_{ij} memiliki probabilitas yang tinggi untuk memilih katagori 0 dibanding dengan kategori 1 (Wu & Adams, 2007).

4. Mengestimasi Skor Murni

PCM juga menyediakan prosedur untuk mengestimasi skor harapan atau skor murni yang dikaitkan dengan respons butir. Persamaan yang dipakai adalah sebagai berikut :

$$E(X) = \sum_{x=0}^{m_i} x P_x(\theta)$$

Keterangan :
x = skor butir
$P_x(\theta)$= probabilitas level trait tertentu dalam merespons butir.

Seperti halnya Model Rasch lainnya, dengan berbekal skor mentah kita sudah dapat mengestimasi skor murni. Individu yang memiliki skor mentah yang sama akan terletak pada level trait yang sama. Tantangannya adalah bahwa semua butir harus memiliki keterkaitan yang sama dengan sifat laten yang mendasari. Dalam prakteknya, tantangan ini sulit untuk dicapai.

D. Model Generalisasi Kredit Parsial

***Generalized Partial Credit Model* (G-PCM)**

Muraki (1992) mengembangkan kembali model kredit parsial yang memungkinkan butir di dalam skala memiliki perbedaan dalam hal parameter lereng. Model ini kemudian diberi nama model generalisasi kredit parsial (GPCM).

1. Persamaan

GPCM memiliki kemiripan dengan PCM hanya berbeda pada pelibatan parameter lereng (*slope*) yang disimbolkan dengan α_i. Dalam satu butir hanya ada satu parameter lereng, dan *j* buah parameter persimpangan garis (δ_{ij}). Berikut ini OCF dari GPCM.

$$P_{ix}(\theta) = \frac{\exp\left[\sum_{j=0}^{x} \alpha_i(\theta_n - \delta_{ij})\right]}{\sum_{r=0}^{m_i}\left[\exp \sum_{j=0}^{x} \alpha_i(\theta_n - \delta_{ij})\right]} \quad \text{(aa)}$$

Keterangan :
θ = level trait
α_i= lereng pada butir (*i*).
δ_{ij}= perpotongan antara garis antar kategori (*j*) pada butir (*i*).

Terlihat pada persamaan di atas bahwa perbedaan model ini dengan PCM terletak pada penambahan parameter *lereng* (α_i). Parameter potongan (δ_{ij}) dimaknai sama seperti halnya parameter potongan pada PCM, yaitu potongan dua kategori yang berdekatan. Parameter *lereng* (α_i) ini dimaknai berbeda dengan IRT pada umumnya.

Parameter *lereng* (α_i) pada G-PCM menunjukkan sejauh mana respon kategori bervariasi antar butir ketika level *trait* (θ) berubah. Nilai lereng yang di bawah 1.0 akan membuat kurva menjadi landai sebaliknya nilai lereng di atas 1.0 akan membuat garis kurva menjadi curam.

Sama seperti pada PCM, persamaan di atas dapat dijabarkan berdasarkan jumlah kategori di dalam butir. Misalnya sebuah skala memiliki 3 kategori dengan skor 0,1, dan 2. Maka kita dapatkan kategori (j) sebanyak 3 buah persamaan yang probabilitas individu pada tiap kategori.

Kategori 0 : $$P_{i0}(\theta) = \frac{1}{1+\exp[\alpha_i(\theta_n-\delta_{i1})]+\exp[\alpha_i(\theta_n-\delta_{i1})+\alpha_i(\theta_n-\delta_{i2})]}$$

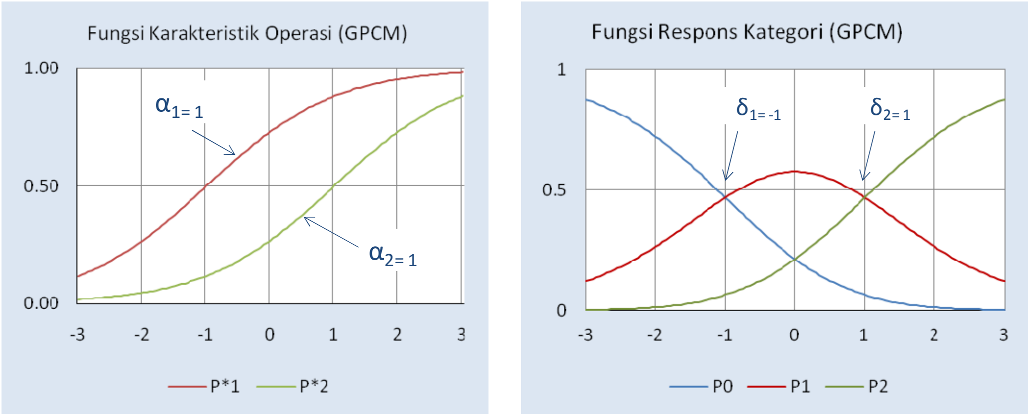
Kategori 1 : $$P_{i0}(\theta) = \frac{\exp[\alpha_i(\theta_n-\delta_{i1})]}{1+\exp[\alpha_i(\theta_n-\delta_{i1})]+\exp[\alpha_i(\theta_n-\delta_{i1})+\alpha_i(\theta_n-\delta_{i2})]}$$

Kategori 2 : $$P_{i0}(\theta) = \frac{\exp[\alpha_i(\theta_n-\delta_{i1})]+\exp[\alpha_i(\theta_n-\delta_{i2})]}{1+\exp[\alpha_i(\theta_n-\delta_{i1})]+\exp[\alpha_i(\theta_n-\delta_{i1})+\alpha_i(\theta_n-\delta_{i2})]}$$

2. Grafik

Ada dua parameter butir dalam GPCM, yaitu parameter lereng (α_i) yang menunjukkan kemiringan kurva dan parameter perpotongan garis (δ_{ij}) yang menunjukkan letak perpotongan garis pada rentang level trait (θ).

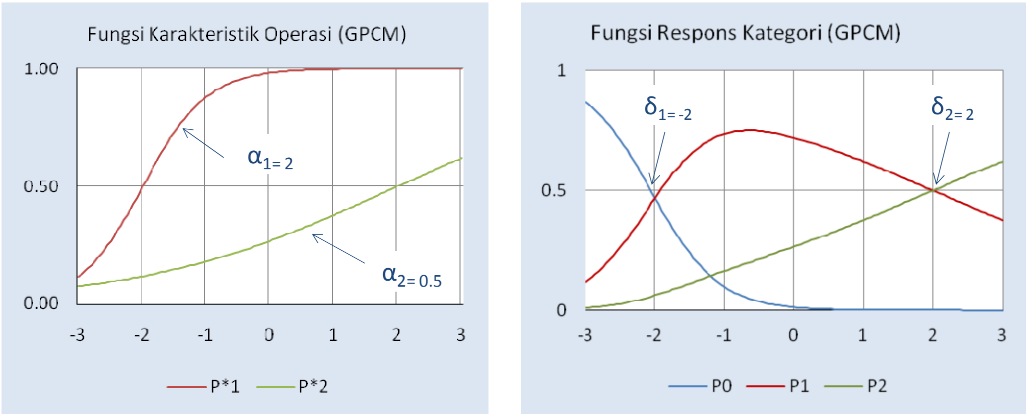
Gambar 9 berikut akan menunjukkan pengaruh besarnya nilai terhadap bentuk kurva baik pada OCF maupun pada CRF. Gambar 9 sebelah kiri menunjukkan dua kategori yang memiliki nilai parameter lereng yang sama (α=1) yang mengakibatkan kemiringan garis sama. Di sisi lain dengan nilai parameter lereng tersebut yang dipadu dengan nilai lokasi yang berbeda (δ_1=-1 dan δ_2=1), fungsi karakteristik kategori menunjukkan bahwa perpotongan garis berada pada titik θ=-1 dan θ=1).



α_1=1 ; δ_1=-1 ; δ_1=1

Gambar 9. Contoh OCF dan CRF pada butir dengan tiga kategori

Gambar 10 berikut menunjukkan dua kategori yang memiliki nilai *parameter lereng* yang berbeda (α_1=2 & α_2=0.5) yang mengakibatkan kemiringan garis berbeda. Nilai parameter yang tinggi menyebabkan garis memiliki lereng yang lebih curam dibanding dengan yang memiliki nilai para lereng. Sebagai catatan, GPCM mensyaratkan bahwa dalam satu butir harus memiliki *parameter lereng* yang sama, namun untuk fungsi pembelajaran, contoh ini saya berikan. Nilai parameter lereng tersebut yang dipadu dengan nilai lokasi yang berbeda (δ_1=-1 dan δ_2=1) akan terliht pada fungsi karakteristik kategori menunjukkan bahwa perpotongan garis berada pada titik θ=-1 dan θ=1).



α_1=2 ; α_2=0.5; δ1=--2 ; δ_2=2

Gambar 10. Contoh OCF dan CRF pada butir dengan tiga kategori

E. Model Skala Penilaian

***Rating Scale Model* (RSM)**

RSM tepat dikenakan pada butir-butir yang memiliki format respon sama. Masing-masing butir digambarkan oleh satu parameter *lokasi* (λ_i). Parameter ini mencerminkan tingkat kesulitan relatif dari butir tertentu. Sama seperti PCM, RSM mengasumsikan bahwa semua item memiliki daya beda yang sama dan skor mentah merupakan statistik dapat dipakai mengestimasi level trait. Namun RSM mengasumsikan bahwa *kategori respons* adalah menetap untuk seluruh set butir dalam skala. Jika item dalam skala memiliki format yang berbeda maka RSM tidak dapat diaplikasikan (Embretson & Reise, 2000) .

Misalnya dalam satu skala butir satu hingga butir empat berisi lima kategori respons mengikuti model Likert 5-poin, sedangkan butir lima hingga delapan menggunakan model Likert 4-poin. Skala seperti ini merupakan skala yang memiliki jumlah kategori respons yang tidak menetap. Untuk mengatasinya, kita dapat memisahkan skala menjadi dua blok agar RSM dapat diaplikasikan. Dengan demikian estimasi parameter butir didasarkan pada bloknya. Permasalahannya adalah bagaimana membuat satu blok dengan blok lainnya adalah komparabel melalui proses *equating*.

1. Persamaan

Termasuk dalam pendekatan langsung (*direct*) bersama PCM dan GPCM, RSM memiliki karakteristik penjabaran dari OCF ke CRF yang mirip dengan PCM dan GPCM. OCF pada RSM diwujudkan dalam persamaan berikut.

$$P_x^*(\theta) = \frac{\exp\,[\theta-(\lambda_i+\delta_x)]}{1+\exp\,[\theta-(\lambda_i+\delta_x)]} \tag{10}$$

Persamaan CRF pada RSM diwujudkan dalam persamaan berikut.

$$P_{ix}(\theta) = \frac{\exp\left\{\sum_{\mathrm{j=0}}^{\mathrm{x}}[\theta-(\lambda_i+\delta_x)]\right\}}{\sum_{\mathrm{x=0}}^{\mathrm{M}}\exp\left\{\sum_{\mathrm{j=0}}^{\mathrm{x}}[\theta-(\lambda_i+\delta_x)]\right\}} \tag{10}$$

Dengan ketentuan

$$\sum_{\mathrm{j=0}}^{0}\left[\theta-\left(\lambda_i+\delta_j\right)\right]=0$$

Keterangan :
θ = level trait
λ_i= lokasi butir pada skala laten
δ_j = parameter kategori

Pada RSM penjabaran dari OCF menjadi CRF sama seperti pada PCM atau GPCM, persamaan di atas dapat dijabarkan berdasarkan jumlah kategori di dalam butir. Misalnya sebuah skala memiliki 3 kategori dengan skor 0,1, dan 2. Maka kita dapatkan kategori (*j*) sebanyak 3 buah persamaan yang probabilitas individu pada tiap kategori.

Kategori 0 : $\mathrm{P_{i0}(\theta)}=\frac{1}{1+\exp[(\theta_n-(\lambda_1+\delta_1))]+\exp[(\theta_n-(\lambda_1+\delta_1))+(\theta_n-(\lambda_1+\delta_2))]}$

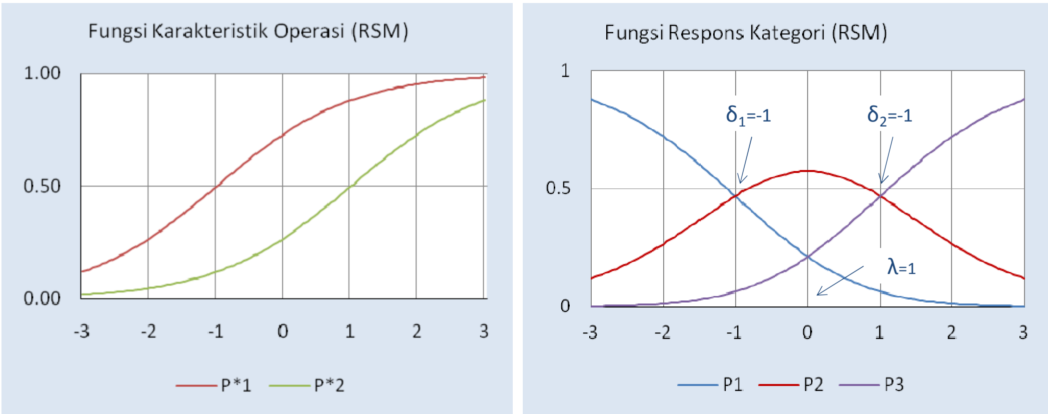
Kategori 1 : $\mathrm{P_{i0}(\theta)}=\frac{\exp[\theta_n-(\lambda_1+\delta_1)]}{1+\exp[(\theta_n-(\lambda_1+\delta_1))]+\exp[(\theta_n-(\lambda_1+\delta_1))+(\theta_n-(\lambda_1+\delta_2))]}$

Kategori 2 : $\mathrm{P_{i0}(\theta)}=\frac{\exp[\theta-(\lambda_1+\delta_1)]+\exp[\theta-(\lambda_1+\delta_2)]}{1+\exp[(\theta_n-(\lambda_1+\delta_1))]+\exp[(\theta_n-(\lambda_1+\delta_1))+(\theta_n-(\lambda_1+\delta_2))]}$

Titik pertemuan dua garis (*intersection*) (δ_{ij}) dipecah menjadi dua komponen, yaitu, λ_i dan δ_j atau $(\delta_{ij}=\lambda_i+\delta_j)$. λ_i adalah lokasi dari item pada kontinum trait laten, dan δ_j adalah parameter kategori persimpangan. Sebagian orang menamakan parameter λ_i sebagai indeks kecenderungan kategori untuk dipilih (*endorsability*) (i.e. Ottaviani & Ricci, 2007). *Parameter lokasi* merupakan rata-rata tingkat kesulitan untuk butir tertentu yang relatif dengan kategori perpotongan. Parameter kategori δ_i menunjukkan bahwa kategori di bawah (i) dan di atasnya ($i+1$)memiliki probabilitas yang sama dipilih.

2. Grafik

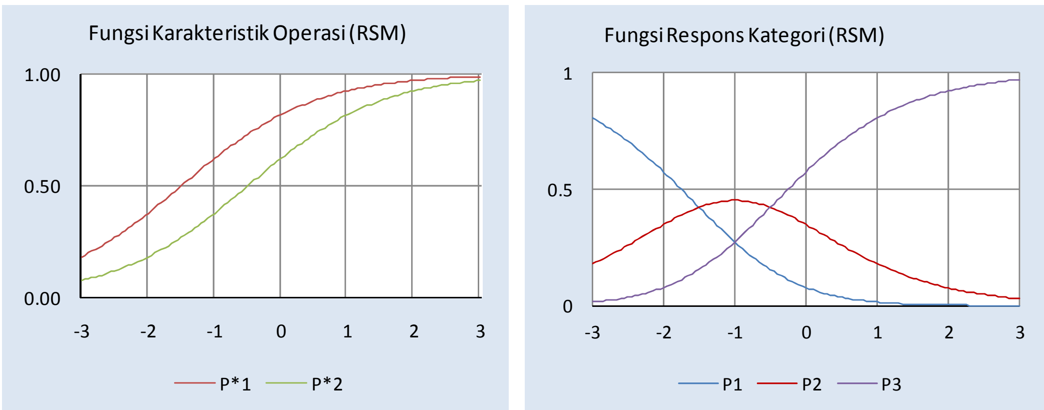
Terlihat dari Gambar 11 bahwa δ_1 dan δ_2 menunjukkan letak persimpangan antara kategori bawah dan atasnya, sedangkan nilai lokasi (λ) menunjukkan posisi relatif butir dalam kontinum trait laten.



$\lambda_1=0$; $\delta_1=-1$; $\delta_2=1$

Gambar 11. Contoh OCF dan CRF pada butir dengan tiga kategori

Gambar 12 menunjukkan bahwa dengan memperkecil nilai δ_1 dan δ_2 yang masing-masing menjadi -0.5 dan 0.5, garis OCF hampir berdekatan, sedangkan memperkecil nilai lokasi (λ) dari 0 menjadi -1, menunjukkan posisi relatif butir dalam kontinum trait laten bergerak ke kiri dengan nilai -1 menjadi tengah-tengah garis-garis kurva kategori.



$\lambda_1=-1$; $\delta1=-0.5$; $\delta_2=0.5$

Gambar 12. Contoh OCF dan CRF pada butir dengan tiga kategori

Secara umum, RSM memungkinkan kita untuk mengetahui tingkat kesulitan setiap butir dan ambang batas maksimum antar kategori dalam satu butir. Butir yang menunjukkan tingkat kesulitan yang tinggi menunjukkan bahwa responden harus memiliki level trait laten yang tinggi pula untuk mendapatkan skor tinggi pada butir tersebut. Dengan kata lain, nilai parameter tingkat kesulitan yang tinggi menunjukkan bahwa butir tersebut menggambarkan tingkat sifat laten yang tinggi sementara itu parameter yang rendah menunjukkan tingkat laten trait yang rendah pula.

Referensi

du Toit, M. (Ed.). (2003). *IRT from SSI : BILOG-MG, MULTILOG, PARSCALE, TESTFACT*. Chicago: Scientific Software International.

Embretson, S., & Reise, S. (2000). *Item Response Theory for Psychologists*. Mahwah, NJ: Lawrence Ehrlbaum Associates.

Engelhard, G. (2005). Item Response Theory (IRT) Models for Rating Scale Data. In B. S. Everitt & D. C. Howell (Eds.), *Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science* (pp. 995–1003): John Wiley & Sons, Ltd.

Linacre, J. M. (2006). Winstep : Rasch-model computer programs. Chicago: Winsteps.com.

Muraki, E. (1992). A Generalized Partial Credit Model - Application of an Em Algorithm. *Applied Psychological Measurement, 16*(2), 159-176.

Muraki, E. (2003). Models in PARSCALE. In M. du Toit (Ed.), *IRT from SSI : BILOG-MG, MULTILOG, PARSCALE, TESTFACT*. Chicago: Scientific Software International.

Ottaviani, M. G., & Ricci, R. (2007). *The transition from university to work: A case study*. Paper presented at the IASE/ISI-Satellite. Retrieved from www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/sat07/Ottaviani_Ricci.pdf

Wu, M., & Adams, R. (2007). *Applying the Rasch model to psycho-social measurement: A practical approach*. Melbourne: Educational Measurement Solutions.